

# MATHÉMATIQUES

## Fiche d'entraînement concernant des notions élémentaires du collège.

### I) Partie numérique Détaillez tous les calculs.

#### Priorités des opérations

Effectuer les opérations suivantes en respectant les règles de priorité.

$$A = -5 + 3 \times 5 \qquad B = (45 - 6 \times 4) \div 7 + 2$$

#### Écriture fractionnaire

##### 1°) Simplifications de fractions.

Ecrire chaque fraction sous forme irréductible.  $C = \frac{35}{28}$   $D = \frac{225}{135}$

##### 2°) Additions et soustractions.

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible

$$E = \frac{3}{5} + \frac{9}{5} \quad ; \quad F = \frac{7}{12} - \frac{9}{16} \quad ; \quad G = 1 - \frac{2}{3}$$

##### 3°) Multiplications.

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$H = \frac{9}{16} \times \frac{14}{15} \quad ; \quad I = -\frac{12}{5} \times \left(\frac{7}{-8}\right) \quad ; \quad J = 28 \times \frac{12}{35}$$

##### 4°) Divisions.

Donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$K = \frac{\frac{9}{8}}{\frac{12}{12}} \quad ; \quad L = \frac{\frac{45}{30}}{\frac{12}{12}} \quad ; \quad M = \frac{\frac{48}{32}}{\frac{35}{35}}$$

#### Racines carrées

##### 1°) Donner le résultat sous la forme d'un entier.

$$\text{a) } \sqrt{16} \qquad \text{b) } \sqrt{5^2} \qquad \text{c) } \sqrt{(-5)^2}$$

##### 2°) Encadrer $\sqrt{70}$ par deux entiers naturels. Justifier.

#### Puissances

##### 1°) Ecrire sous la forme d'une puissance de 10 :

$$\text{a) } 10^5 \times 10^{-7} \times 10^8 \times (10^3)^4 \qquad \text{b) } \frac{10^2}{10^3} \times \left(\frac{10^{-1}}{10^2}\right)^2$$

## II) Calculs algébriques

### Développements

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (5x + 7)(1 - 3x)$$

$$B = 4x(-x + 3) - (2x + 5)(x - 1)$$

$$C = (5 - 7x)(5 + 7x)$$

$$D = (4x - 7)^2$$

### Factorisations

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

a) En trouvant un facteur commun

$$A = 3x^2 + 9x$$

$$B = 3(x + 1) - (2x + 7)(x + 1)$$

$$C = (x + 1)(3 - x) - (x + 1)$$

b) A l'aide d'une identité remarquable

$$D = 49a^2 - 1$$

### Équations

Résoudre les équations suivantes :

a)  $x + 2 = 0$

b)  $3x = 1$

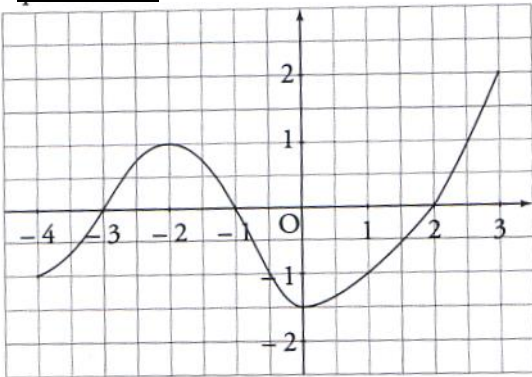
c)  $-5x + 7 = 0$

d)  $4x = 0$

e)  $\frac{1}{2}x + 3 = 5$

## III) Fonctions

### Exercice 1:



Ci-contre on donne la représentation graphique d'une fonction  $f$ .

Répondre aux questions suivantes :

- 1) Quelle est l'image de 0 par  $f$ ? .....
- 2) Quelle est l'image de 1 par  $f$ ? .....
- 3) Lire  $f(2)$ . .....
- 4) Lire les antécédents de 1 par  $f$ . .....
- 5) Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent par  $f$  .....
- 6) Citer un nombre ayant 3 antécédents par  $f$  .....

**Exercice 2 :** Soit  $g$  une fonction. On considère le tableau de valeurs suivant :

$x$	-2	-1	0,5	1	2
$g(x)$	0,5	1	-1	1,5	1

- 1) Quelle est l'image par la fonction  $g$  du nombre 2 ? .....
- 2) Quelle est l'image par la fonction  $g$  du nombre 1 ? .....
- 3) Donner un antécédent par la fonction  $g$  du nombre -1 ? .....
- 4) Donner un antécédent par la fonction  $g$  du nombre 1 ? .....

**Exercice 3 :**

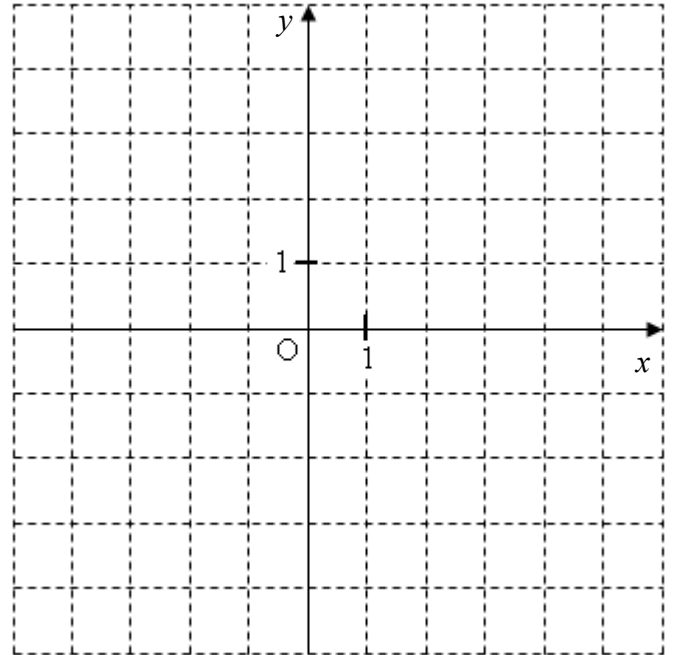
On considère la fonction  $h$  définie par  $h(x) = x^2 - 4$   
Compléter le tableau de valeurs suivant :

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$							

**Exercice 4 :**

On considère la fonction  $k$  définie par :  $k(x) = -2x + 3$ .

Construire la représentation graphique (D) de cette fonction  $k$  dans le repère orthonormé ci-contre.



**Exercice 5 :**

Voici un programme de calcul :

- \* Prendre un nombre
- \* Lui ajouter 8.
- \* Multiplier le résultat par 3.
- \* Enlever 24.
- \* Enlever le nombre de départ.

- 1) Quel nombre obtient-on si au départ, on choisit (-2) ?
- 2) Pierre choisit plusieurs nombres et applique ce programme de calcul à chaque fois.  
Il conjecture : « Pour n'importe quel nombre choisi, on trouve le double du nombre choisi »  
Cette conjecture est-elle vraie ? Justifier.
- 3) Est-il possible de choisir un nombre de façon à obtenir 10 ?

## IV) Géométrie

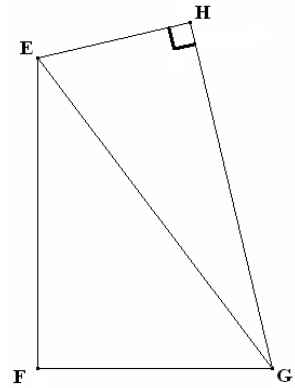
### Exercice 1

On considère la figure ci-contre où :

$\triangle EHG$  est un triangle rectangle en  $H$ .

$EF = 4$     $FG = 3$     $EG = 5$     $EH = 2$ .

- 1) Montrer que le triangle  $EFG$  est rectangle.
- 2) Calculer  $HG$ .

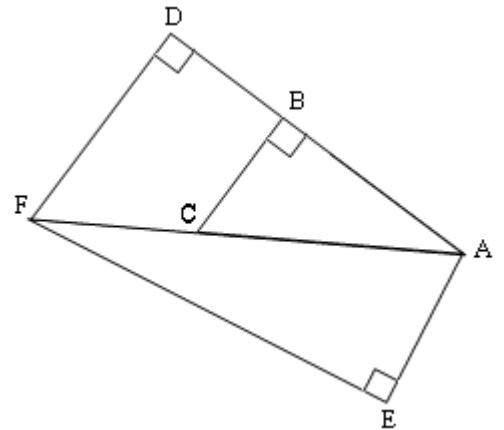


### Exercice 2

Sur la figure ci-contre :  $AC = 5$     $AF = 8$     $AB = 4$

$\widehat{CBA} = 90^\circ$     $\widehat{FEA} = 90^\circ$     $\widehat{AFE} = 20^\circ$     $\widehat{FDA} = 90^\circ$

- 1) Calculer  $AD$ .
- 2) Calculer  $EF$  (donner la valeur arrondie au dixième).



### Exercice 3

Dans la figure ci-contre,  $ABCDEFGH$  est un cube de 6cm de côté.

$I$  est le milieu du segment  $[BF]$ .

On considère la section  $AIJ D$  du cube par un plan parallèle à l'arête  $[BC]$  et passant par les points  $A$  et  $I$ .

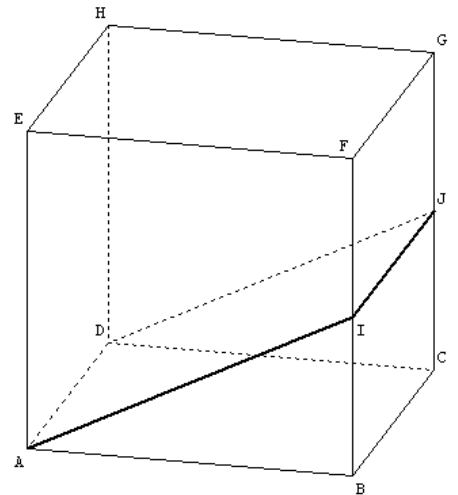
1°) Entourer, sans justifier, la nature de la section  $AIJ D$  :

Un losange ;      Un rectangle ;      Un carré.

2°) Dessiner en vraie grandeur le triangle  $AIB$  et la section  $AIJ D$ .

3°) Calculer l'aire du triangle  $AIB$ .

4°) Calculer, en  $\text{cm}^3$ , le volume du prisme droit  $ABIDCJ$ .



## V) Probabilité

L'hôtel « la ora na » accueille 125 touristes parlant le français ou l'anglais :

- 55 néo-calédoniens dont 12 parlent également anglais.
- 45 américains parlant uniquement l'anglais.
- Le reste étant des polynésiens dont 8 parlent également anglais.

Les néo-calédoniens et les polynésiens parlent tous le français.

1) Si je choisis un touriste pris au hasard dans l'hôtel, quelle est la probabilité des événements suivants :

*Vous donnerez le résultat sous forme de fraction irréductible.*

- a) Événement  $A$  : « Le touriste est américain »
  - b) Événement  $B$  : « Le touriste est un polynésien ne parlant pas anglais »
  - c) Événement  $C$  : « Le touriste parle anglais »
- 2) Si j'aborde un touriste dans cet hôtel, ai-je plus de chance de me faire comprendre en anglais ou en français ? Justifier votre réponse.

# Corrigé

## I) Partie numérique

$$1^\circ) A = -5 + 3 \times 5 = -5 + 15 = 10 \quad ; \quad B = (45 - 6 \times 4) \div 7 + 2 = (45 - 24) \div 7 + 2 = 21 \div 7 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$2^\circ) C = \frac{35}{28} = \frac{5 \times 7}{4 \times 7} = \frac{5}{4} \quad ; \quad D = \frac{225}{135} = \frac{5 \times 5 \times 9}{5 \times 3 \times 9} = \frac{5}{3}$$

$$3^\circ) E = \frac{3}{5} + \frac{9}{5} = \frac{3+9}{5} = \frac{12}{5} \quad ; \quad F = \frac{7}{12} - \frac{9}{16} = \frac{7 \times 4}{12 \times 4} - \frac{9 \times 3}{16 \times 3} = \frac{28}{48} - \frac{27}{48} = \frac{28-27}{48} = \frac{1}{48} \quad ; \quad G = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$4^\circ) H = \frac{9}{16} \times \frac{14}{15} = \frac{9 \times 14}{16 \times 15} = \frac{3 \times 3 \times 2 \times 7}{2 \times 8 \times 3 \times 5} = \frac{3 \times 7}{8 \times 5} = \frac{21}{40} \quad ; \quad I = -\frac{12}{5} \times \left( \frac{7}{-8} \right) = \frac{3 \times 4 \times 7}{5 \times 2 \times 4} = \frac{21}{10} \quad ;$$

$$J = 28 \times \frac{12}{35} = \frac{28 \times 12}{35} = \frac{4 \times 7 \times 12}{5 \times 7} = \frac{4 \times 12}{5} = \frac{48}{5}$$

$$5^\circ) K = \frac{\frac{9}{8}}{\frac{12}{8}} = \frac{9}{8} \times \frac{1}{12} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3 \times 4} = \frac{3}{8 \times 4} = \frac{3}{32} \quad ; \quad L = \frac{45}{\frac{30}{12}} = 45 \times \frac{12}{30} = \frac{15 \times 3 \times 2 \times 6}{15 \times 2} = 3 \times 6 = 18$$

$$6^\circ) M = \frac{\frac{48}{25}}{\frac{32}{35}} = \frac{48}{25} \times \frac{35}{32} = \frac{16 \times 3 \times 5 \times 7}{5 \times 5 \times 16 \times 2} = \frac{3 \times 7}{5 \times 2} = \frac{21}{10}$$

## Racines carrées

$$1^\circ) \quad \text{a) } \sqrt{16} = 4 \quad \text{b) } \sqrt{5^2} = 5 \quad \text{c) } \sqrt{(-5)^2} = 5$$

$$2^\circ) \quad \sqrt{70} \approx 8,36 \quad \text{donc} \quad 8 < \sqrt{70} < 9$$

## Puissances

$$\text{a) } 10^5 \times 10^{-7} \times 10^8 \times (10^3)^4 = 10^5 \times 10^{-7} \times 10^8 \times 10^{12} = 10^{5-7+8+12} = 10^{18}$$

$$\text{b) } \frac{10^2}{10^3} \times \left( \frac{10^{-1}}{10^2} \right)^2 = 10^{2-3} \times \frac{10^{-2}}{10^4} = 10^{-1} \times 10^{-6} = 10^{-1-6} = 10^{-7}$$

## II) Calculs algébriques

### Développements

$$A = (5x + 7)(1 - 3x) = 5x - 15x^2 + 7 - 21x = -15x^2 - 16x + 7$$

$$B = 4x(-x + 3) - (2x + 5)(x - 1) = -4x^2 + 12x - (2x^2 - 2x + 5x - 5) = -4x^2 + 12x - 2x^2 + 2x - 5x + 5 = -6x^2 + 9x + 5$$

$$C = (5 - 7x)(5 + 7x) = (5)^2 - (7x)^2 = 25 - 49x^2$$

$$D = (4x - 7)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7 + 7^2 = 16x^2 - 56x + 49$$

## Factorisations

a)  $A = 3x^2 + 9x = 3x \times x + 3x \times 3 = 3x(x + 3)$

$$B = 3(x + 1) - (2x + 7)(x + 1) = (x + 1)[3 - (2x + 7)] = (x + 1)(3 - 2x - 7) = (x + 1)(-2x - 4) = -2(x + 1)(x + 2)$$

$$C = (x + 1)(3 - x) - (x + 1) = (x + 1)(3 - x) - (x + 1) \times 1 = (x + 1)[(3 - x) - 1] = (x + 1)(3 - x - 1) = (x + 1)(2 - x)$$

b)  $D = 49a^2 - 1 = (7a)^2 - 1^2 = (7a - 1)(7a + 1)$

## Equations

a)  $x + 2 = 0$

$$x = -2$$

la solution de

l'équation est  $-2$

b)  $3x = 1$

$$x = \frac{1}{3}$$

la solution de

l'équation est  $\frac{1}{3}$

c)  $-5x + 7 = 0$

$$-5x = -7$$

$$x = \frac{-7}{-5} = \frac{7}{5}$$

la solution de

l'équation est  $\frac{7}{5}$

d)  $4x = 0$

$$x = \frac{0}{4} = 0$$

la solution de

l'équation est  $0$

e)  $\frac{1}{2}x + 3 = 5$

$$\frac{1}{2}x = 5 - 3$$

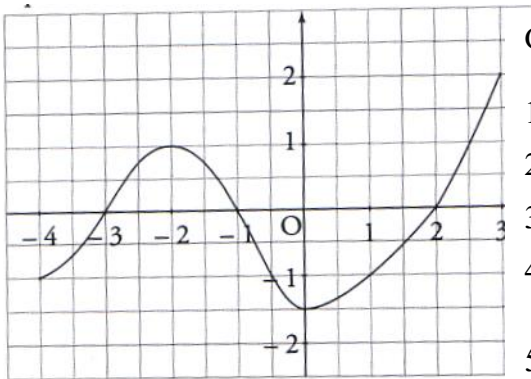
$$\frac{1}{2}x = 2$$

$$x = 2 \times 2 = 4$$

la solution de l'équation est  $4$

## III) Fonctions

### Exercice 1:



Ci-contre on donne la représentation graphique d'une fonction  $f$ .

Répondre aux questions suivantes :

1) Quelle est l'image de 0 par  $f$ ? *L'image de 0 par  $f$  est  $(-1,5)$*

2) Quelle est l'image de 1 par  $f$ ? *L'image de 1 par  $f$  est  $(-1)$*

3) Lire  $f(2)$ .  *$f(2) = 0$ .*

4) Lire les antécédents de 1 par  $f$ .  
 *$(-2)$  et  $2,5$  sont les antécédents de 1 par  $f$*

5) Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent par  $f$ :  
 *$(-2)$  n'a pas d'antécédent par  $f$*

6) Citer un nombre ayant 3 antécédents par  $f$ : *0 a trois antécédents par  $f$*

### Exercice 2 :

Soit  $g$  une fonction. On considère le tableau de valeurs suivant :

$x$	$-2$	$-1$	$0,5$	$1$	$2$
$g(x)$	$0,5$	$1$	$-1$	$1,5$	$1$

1) Quelle est l'image par la fonction  $g$  du nombre 2 ? *L'image de 2 par  $g$  est 1.*

2) Quelle est l'image par la fonction  $g$  du nombre 1 ? *L'image de 1 par  $g$  est 1,5.*

3) Donner un antécédent par la fonction  $g$  du nombre  $(-1)$  ? *Un antécédent de  $(-1)$  par  $g$  est 0,5.*

4) Donner un antécédent par la fonction  $g$  du nombre 1 ? ... *Un antécédent de 1 par  $g$  est 2 ou  $(-1)$ .*

### Exercice 3 :

On considère la fonction  $h : x \mapsto x^2 - 4$ .

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$h(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5

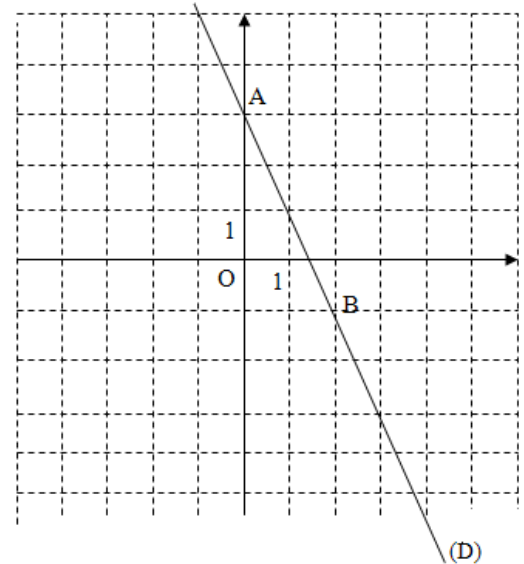
### Exercice 4 :

On considère la fonction définie par  $k(x) = -2x + 3$

$k$  est une fonction affine donc sa représentation graphique (D) est une droite.

$x$	0	2
$k(x)$	3	-1

A (0 ; 3) et B (2 ; -1) appartiennent à (D) donc (D) = (AB).



### Exercice 5 :

Voici un programme de calcul :

- \* Prendre un nombre
- \* Lui ajouter 8.
- \* Multiplier le résultat par 3.
- \* Enlever 24.
- \* Enlever le nombre de départ.

$\begin{aligned} (-2) \\ (-2) + 8 = 6 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 18 - 24 = -6 \\ -6 - (-2) = -4 \end{aligned}$	$\begin{aligned} x \\ x + 8 \\ 3 \times (x + 8) \\ 3 \times (x + 8) - 24 \\ 3 \times (x + 8) - 24 - x \end{aligned}$
---	--

- 1) Si on choisit  $(-2)$ , le nombre obtenu est  $-4$ .
- 2) La conjecture de Pierre est vraie :  
Soit  $x$  le nombre choisi, on obtient  $3 \times (x + 8) - 24 - x = 3x + 24 - 24 - x = 2x$ .  
Pour n'importe quel nombre choisi, on trouve le double du nombre choisi
- 3) Est-il possible de choisir un nombre de façon à obtenir 10 ?

Il faut résoudre  $2x = 10$  soit  $x = 5$ . Oui, il est possible d'obtenir 10, le nombre choisi au départ doit être 5.

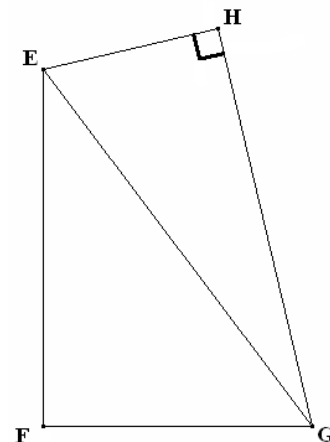
## IV) Géométrie

### Exercice 1

EHG est un triangle rectangle en H.  
EF = 4    FG = 3    EG = 5    EH = 2.

- 1) Montrer que EFG est rectangle.  
 $EF^2 + FG^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$  et  $EG^2 = 5^2 = 25$   
donc  $EF^2 + FG^2 = EG^2$ , d'après la réciproque du Théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en F.

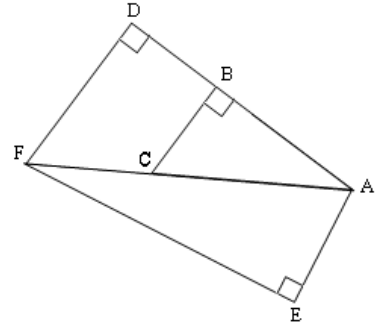
- 2) Calculer HG.  
EHG est un triangle rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore,  $EH^2 + HG^2 = EG^2$   
donc  $HG^2 = EG^2 - EH^2 = 5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$  donc  $HG = \sqrt{21}$   
(car  $HG \geq 0$ ).



## Exercice 2

$$AC = 5 \quad AF = 8 \quad AB = 4$$

$$\widehat{CBA} = 90^\circ \quad \widehat{FEA} = 90^\circ \quad \widehat{AFE} = 20^\circ \quad \widehat{FDA} = 90^\circ$$



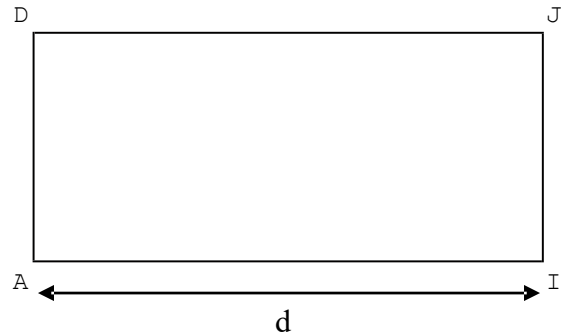
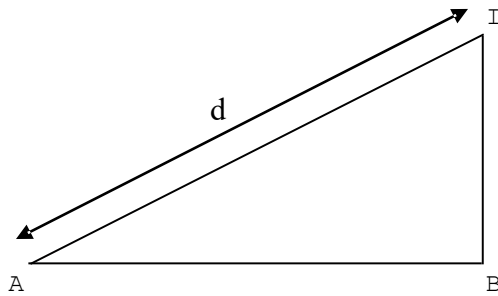
- 1)  $\widehat{CBA} = 90^\circ$ ,  $\widehat{FDA} = 90^\circ$  et les points A, B, D sont alignés  
donc les droites (FD) et (BC) sont perpendiculaires toutes les deux à (AD),  
donc (FD) et (BC) sont parallèles, or  $B \in [AD]$  et  $C \in [AF]$  donc d'après

le théorème de Thalès,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{DF}$  d'où  $\frac{4}{AD} = \frac{5}{8}$  et  $5 \times AD = 4 \times 8$  donc  $AD = \frac{4 \times 8}{5} = \frac{32}{5} = 6,4$ .

- 2) AEF est rectangle en A donc  $\cos(\widehat{AFE}) = \frac{EF}{AF}$  d'où  $EF = AF \cos(\widehat{AFE}) = 8 \cos(20^\circ) \approx 7,5$ .

## Exercice 3

- 1) AIJD est la section d'un cube par un plan parallèle à l'arête [BC] donc AIJD est un rectangle.
- 2) Pour ABI : construire un triangle ABI rectangle en B avec  $AB = 6\text{cm}$  et  $BI = 3\text{cm}$ .  
Pour AIJD : construire un rectangle AIJD avec  $AD = 6\text{cm}$  et AI est égale à la longueur de l'hypoténuse du triangle ABI construit précédemment.



3)  $Aire(ABI) = \frac{AB \times BI}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = 9$  L'aire de ABI est égale à  $9\text{ cm}^2$ .

4)  $Volume = Base \times hauteur = Aire(ABI) \times BC = 9 \times 6 = 54$ . Le volume du prisme ABIDCJ est égal à  $54\text{ cm}^3$ .

## V) Probabilité

1) a)  $p(A) = \frac{45}{125} = \frac{5 \times 9}{5 \times 25} = \frac{9}{25}$     b)  $p(B) = \frac{125 - (45 + 55) - 8}{125} = \frac{17}{125}$     c)  $p(C) = \frac{12 + 45 + 8}{125} = \frac{65}{125} = \frac{5 \times 13}{5 \times 25} = \frac{13}{25}$

- 2) Soit F l'événement « le touriste parle français »

a) Première méthode

$$F = \bar{C} \quad \text{donc} \quad p(F) = 1 - p(C) = 1 - \frac{9}{25} = \frac{25 - 9}{25} = \frac{16}{25}$$

b) Seconde méthode

$$p(F) = \frac{125 - 45}{125} = \frac{80}{125} = \frac{5 \times 16}{5 \times 25} = \frac{16}{25}$$

$p(F) > p(C)$  donc j'ai plus de chance de me faire comprendre en parlant en français plutôt qu'en anglais.